



Научно-методический  
журнал издается с 1992 года

ISSN 2070-9013

Учредитель издания  
Академия информатизации образования

*Журнал входит  
в перечень изданий,  
рекомендованных ВАК*

Редакционный совет:  
Ваграменко Я.А.  
главный редактор, президент  
Академии информатизации образования

**Авдеев Ф.С.**

*д-р пед. наук, профессор,  
председатель научного совета  
Среднерусского отделения Академии  
информатизации образования,*

**Берил С.И.**

*д-р физ.-мат. наук, профессор,  
заведующий кафедрой  
Приднестровского государственного  
университета им. Т.Г. Шевченко,*

**Горлов С.И.**

*д-р физ.-мат. наук, профессор,  
ректор Нижневартковского  
государственного университета,*

**Казаченок В.В.**

*д-р пед. наук, профессор,  
директор очно-заочной школы  
по математике и информатике  
Белорусского государственного университета  
по совместительству*

**Карпенко М.П.**

*д-р техн. наук, профессор, президент  
Современной гуманитарной академии,*

**Киселев В.Д.**

*д-р техн. наук, профессор, председатель  
научного совета Тульского отделения  
Академии информатизации образования,*

## СОДЕРЖАНИЕ

### ИНФОРМАТИЗАЦИЯ ШКОЛЫ

**Овчинников А.В.**

Особенности проектирования и  
реализации модели и педагогических  
условий дистанционного обучения  
учащихся в сельской школе..... 3

### ИНФОРМАТИЗАЦИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

**Карелина М.В.**

Использование инновационных  
обучающих виртуальных систем для  
специализированной подготовки  
сотрудников железных дорог.....12

**Абдрахманова И.В.,**

**Илясова А.Ю., Лущик И.В.**

Элементы проектирования электронной  
информационной образовательной  
среды спортивного вуза.....20

**Казиахмедов Т.Б., Мосягина Т.В.**

Методические подходы обучения  
бакалавров по направлению  
«Информатика и вычислительная  
техника» веб-проектированию.....27

**Безвесильная А.А., Горячев А.А.**

Информационные  
и коммуникационные технологии  
в системе подготовки  
специалистов МЧС России.....32

**Банникова Т.М., Майков Д.В.**

Методические особенности  
использования программы  
MaXima при изучении предметов  
общеобразовательного  
цикла в системе среднего  
профессионального образования.....41

**Кузовлев В.П.**

*д-р пед. наук, профессор, председатель  
научного совета Елецкого отделения  
Академии информатизации образования,*

**Лапчик М.П.**

*академик РАО, д-р пед. наук,  
профессор, заведующий кафедрой  
Омского государственного  
педагогического университета,*

**Митюшев В.В.**

*д-р техн. наук, профессор,  
профессор Педагогического университета,  
г. Краков, Польша,*

**Письменский Г.И.**

*д-р ист. наук, профессор, проректор  
Современной гуманитарной академии,*

**Роберт И.В.**

*академик РАО, д-р пед. наук, профессор,  
директор ФГБНУ «Институт  
информатизации образования» РАО,*

**Сендов Б.Х.**

*д-р физ.-мат. наук, профессор,  
действительный член Болгарской  
академии наук, г. София, Болгария,*

**Сергеев Н.К.**

*член-корреспондент РАО,  
д-р пед. наук, профессор,  
ректор Волгоградского государственного  
социально-педагогического университета,*

**Чернышенко С.В.**

*д-р физ.-мат. наук, профессор, профессор  
Университета  
Кобленц-Ландау, Германия*

**Редакционная коллегия:**

**Яламов Г.Ю.,**

*ответственный секретарь,*

**Сасыкина А.С.,**

**Русаков А.А.**

**Адрес редакции:**

109029, Москва,

ул. Нижегородская, д. 32, стр. 4

Тел.: (926) 574-8109

E-mail: [ininforao@gmail.com](mailto:ininforao@gmail.com),

<http://www.pedinf.ru/>

**РЕСУРСЫ ИНФОРМАТИЗАЦИИ**

**Рыжов В.А.**

Коллективный разум  
в информационном обществе.....50

**Морозов А.В., Шихнабиева Т.С.,  
Колиогло Н.В., Рамазанова И.Н.**

Об интеллектуализации  
информационных систем и  
технологических процессов  
в учреждениях среднего  
профессионального образования.....67

**Пак Н.И., Хегай Л.Б.**

Модели интеллектуализации  
диагностик когнитивных  
способностей человека.....77

**Касторнова В.А.**

Научно-методические  
условия организации  
информационно-образовательного  
пространства предметной области.....91

**Лягинов Н.М.**

Некоторые аспекты понятия  
«Культура представления  
мультимедийной информации в  
презентации учебного назначения».....98

**В АКАДЕМИИ ИНФОРМАТИЗАЦИИ  
ОБРАЗОВАНИЯ**

**Коваленко М.И.**

Международный  
научно-методический симпозиум  
«Электронные ресурсы в  
непрерывном образовании»  
(«ЭРНО-2017»): итоги.....108

**Кузнецова Т.И.**

Мастер программирования.  
Памяти И.Н. Антипова.  
К 80-летию со дня рождения.....112

**Памяти**

**Ярослава Андреевича Ваграменко....117**

**Банникова Татьяна Михайловна,**

*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Удмуртский государственный университет», доцент кафедры алгебры и топологии, кандидат педагогических наук, kafat@udsu.ru*

**Bannikova Tat'yana Mixajlovna,**

*The Federal State Budget Educational Institution of Higher Education «Udmurt State University», the Associate professor of the Chair of the algebra and topology, Candidate of Pedagogics, kafat@udsu.ru*

**Майков Дмитрий Владимирович,**

*Бюджетное профессиональное образовательное учреждение Удмуртской Республики «Ижевский торгово-экономический техникум», преподаватель математики, maykovd@yandex.ru*

**Majkov Dmitrij Vladimirovich,**

*The Budgetary Professional Educational Institution Udmurt Republic «The Izhevsk Trade and Economic Technical School», the Lecturer of mathematics, maykovd@yandex.ru*

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРОГРАММЫ МАХИМА ПРИ ИЗУЧЕНИИ ПРЕДМЕТОВ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ЦИКЛА В СИСТЕМЕ СРЕДНЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

### **METHODICAL FEATURES OF USE THE MAXIMA PROGRAMS WHEN STUDYING SUBJECTS GENERAL CYCLE IN THE SYSTEM SECONDARY PROFESSIONAL EDUCATION**

**Аннотация.** В статье рассматриваются алгоритмы решения математических задач в программе Махима при изучении общеобразовательного цикла в системе среднего профессионального образования.

**Ключевые слова:** система компьютерной алгебры; преобразование выражений; решение уравнений, дифференцирование, интегрирование.

**Annotation.** In article the algorithms of solution of mathematical tasks in the Maxima program for the study of general education cycle in the system of middle professional education are considered.

**Keywords:** system of computer algebra; transformation of expressions; solution of equations; differentiation; integration.

Отличительной особенностью современного образования является интенсивное проникновение информационных технологий в различные его аспекты. Данная тенденция характерна как для системы общего образования, так и для системы среднего профессионального образования. В частности, одним из результатов освоения содержания дисциплины «Математика» согласно Примерной рабочей программе является «владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач» [2]. Это способствует, прежде всего, уменьшению рутинных вычислений, которые передаются компьютеру, что позволяет увеличить число содержательных примеров и задач для самостоятельного решения, рассматривать более интересные и сложные комбинации заданий. Кроме того, это позволяет обучающимся не только использовать электронные образовательные ресурсы в своей учебной и профессиональной деятельности, но главным образом способствует развитию личности и раскрытию собственного потенциала.

Для получения данного результата, как нам видится, необходимо преодолеть ряд следующих трудностей. Во-первых, необходимо выбрать программный продукт для обучения студентов. Во-вторых, преподавателям необходимо самим научиться пользоваться данным продуктом. В-третьих, требуется оптимально распределить время на освоение данного продукта студентами при изучении тех или иных разделов курса, что необходимо учитывать в поурочном планировании. В-четвертых, необходимо разработать инструкционные карты для обучающихся.

Выбор программного продукта осложнен следующими требованиями образовательного процесса: этот продукт должен решать достаточно широкий спектр математических задач, обладать простым и удобным русскоязычным интерфейсом, быть кроссплатформенным (поскольку в учебных учреждениях используются различные операционные системы), по возможности бесплатным и иметь подробную документацию на русском языке. Этим требованиям удовлетворяет свободная система компьютерной алгебры *Maxima*, распространяемая по лицензии GNU GPL [4; 5].

Система компьютерной алгебры *Maxima* позволяет решать, в частности, следующие задачи, встречающиеся в общеобразовательном курсе математики [1; 3]:

1. выполнять действия с обыкновенными и десятичными дробями;
2. преобразовывать различные выражения (упрощать, представлять рациональное выражение в виде суммы простейших дробей, выносить за скобки общий множитель и т.д.);
3. вычислять значения различных функций (тригонометрических, показательных, логарифмических и т.д.);
4. строить графики функций;

5. решать различные уравнения и системы уравнений;
6. находить производные, неопределенные и определенные интегралы;
7. определять точки экстремума и экстремумы функции и другие задачи.

Работу удобно осуществлять в графической оболочке wxMaxima, поставляемой вместе с Maxima [4; 5].

Система Maxima имеет много общего с известными пакетами, такими как, Mathcad, Matlab, Maple, Matematica. Рассмотрим некоторые ее особенности, позволяющие решать основные математические задачи в системе:

#### Ввод команд.

Каждая вводимая команда должна оканчиваться точкой с запятой. В Maxima команды автоматически нумеруются, при этом их порядковые номера обозначаются как (%i1), (%i2), (%i3) и т.д. Результаты выполнения команд обозначаются как (%o1), (%o2) и т.д. Это позволяет в дальнейшем ссылаться на команды, например, можно вычислить произведение (%i1)\*(%i2) или (%o1)\*(%o2).

#### Действия с дробями, преобразование выражений.

При вводе обыкновенных дробей в Maxima роль дробной черты выполняет слэш (символ "/"). Разделителем целой и дробной части является точка, как это принято в англоязычных странах. Для перевода обыкновенной дроби в десятичную используется оператор **numer**, отделяемый от выражения запятой. Пример выполнения действий над дробями приведен на рисунке 1.

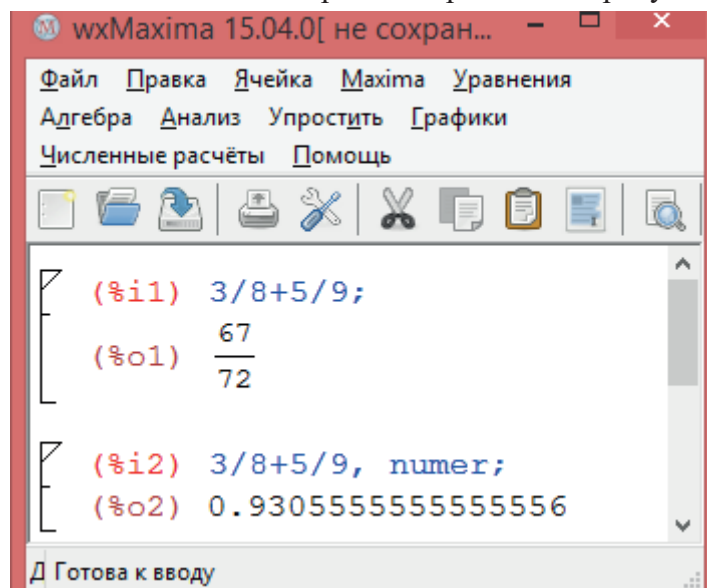


Рис. 1. Пример выполнения действий над дробями

Существуют специальные функции для преобразования выражений. Функция **rat(выражение)** выполняет следующие действия: приводит дроби к общему знаменателю, раскрывает скобки, выполняет

приведение подобных слагаемых. Например, команда **rat**((x-2)/(x+1)+2/x) преобразует дробь  $\frac{x-2}{x+1} + \frac{2}{x}$  к виду  $\frac{x^2+2}{x^2+x}$ .

Функция **expand**(выражение) раскрывает скобки. Например, команда **expand**((x-4)^3+(x-2)^2+3) упрощает выражение  $(x-4)^3 + (x-2)^2 + 3$ , приводя его к виду  $x^3 - 11x^2 + 44x - 57$ .

Функция **factor**(выражение) выполняет разложение выражения на сомножители. Если аргумент этой функции представляет собой целое число, то в результате получится его разложение на простые сомножители. Так, команда **factor**(x^4-x^3+2\*x-2) разлагает выражение  $x^4 - x^3 + 2x - 2$  на множители следующим образом:  $(x-1)(x^3+2)$

Для раскрытия скобок в тригонометрических выражениях применяется функция **trigexpand**(выражение). В частности, команда **trigexpand**(cos(4\*a)) представляет выражение  $\cos 4a$  в форме  $\sin^4 a - 6 \cos^2 a \sin^2 a + \cos^4 a$ . Упрощение тригонометрических выражений выполняется с помощью функции **trigsimp**(выражение). Если применить эту команду к предыдущему выражению, то в результате получится  $8 \cos^4 a - 8 \cos^2 a + 1$ .

### Построение графиков функций.

Для того, чтобы нарисовать график функции, необходимо выбрать пункты меню «Графики», а в нем подпункт «Двумерные графики». В открывшемся диалоговом окне можно указать требуемые функции через запятую. Пусть, например, ими будут функции  $y = \sin\left(\frac{1}{2}x\right)$ ,  $y = \sin x$ ,  $y = \sin 2x$ ,  $y = \sin(4x)$ .

Диалоговое окно с параметрами построенных графиков приведено на рисунке 2, а построенные графики – на рисунке 3.

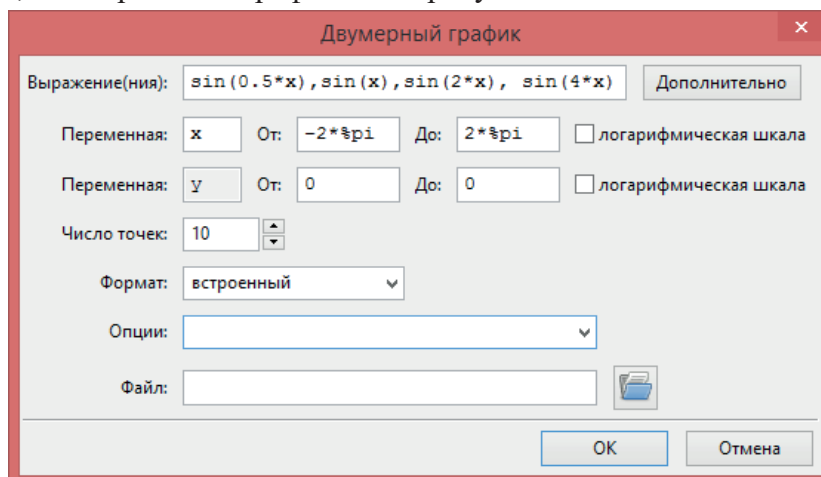


Рис. 2. Диалоговое окно ввода параметров построения графиков

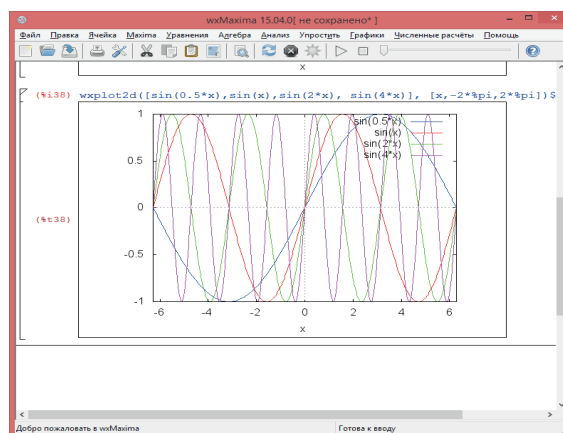


Рис. 3. Графики функций  $y = \sin\left(\frac{1}{2}x\right)$ ,  $y = \sin x$ ,  $y = \sin 2x$ ,  $y = \sin(4x)$

Если значение параметра «Формат» установить равным **openmath**, то график будет построен в отдельном окне, в котором можно менять настройки отображения графика.

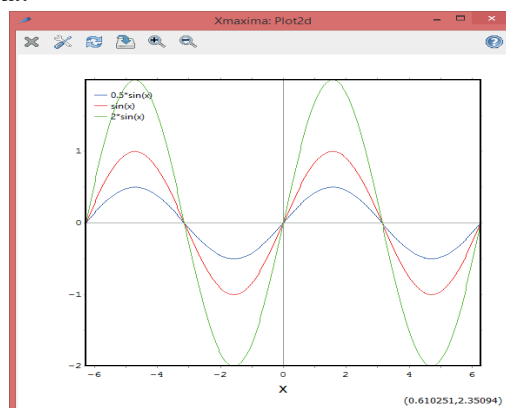


Рис. 4. Графики функций  $y = \frac{1}{2}\sin x$ ,  $y = \sin x$ ,  $y = 2\sin x$

На рисунке 4 приведены графики функций  $y = \frac{1}{2}\sin x$ ,  $y = \sin x$ ,  $y = 2\sin x$ . При этом в Maxima возникают затруднения при построении графиков некоторых функций. Так нет специальной функции для вычисления логарифма по произвольному основанию. Существующая функция **log(x)** выполняет вычисление натурального логарифма. Для решения задачи необходимо применить формулу перехода, в данном случае она принимает вид:  $\log_2 x = \frac{\ln x}{\ln 2}$ . В этом есть некий плюс: обучающимся приходится преобразовывать функции, что способствует развитию гибкости математического мышления. Графики функций  $y = \log_2 x$  и  $y = 2^x$  представлены на рисунке 5.



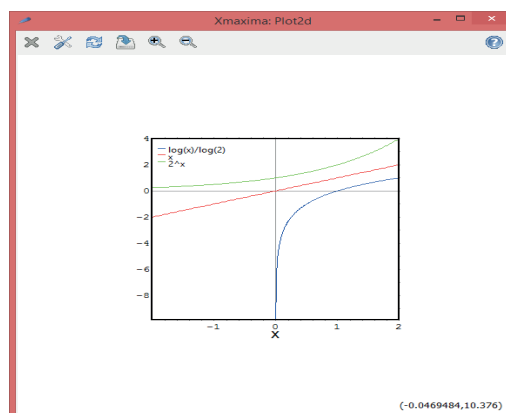


Рис. 5. Графики функций  $y = \log_2 x = \frac{\ln x}{\ln 2}$ ,  $y = x$ ,  $y = 2^x$

Анализируя расположение подобных графиков, обучаемые должны самостоятельно прийти к выводу о симметричности графиков прямой и обратной функций относительно прямой  $y = x$ .

### Решение уравнений и систем уравнений.

Графический метод решения уравнений реализуется путем построения графиков его левой и правой частей. Корнем уравнения является абсцисса точки пересечения графиков. Например, для решения уравнения  $\log_2 x = \sqrt{x}$  надо построить графики функций  $y = \log_2 x$  и  $y = \sqrt{x}$  (рисунок 6).

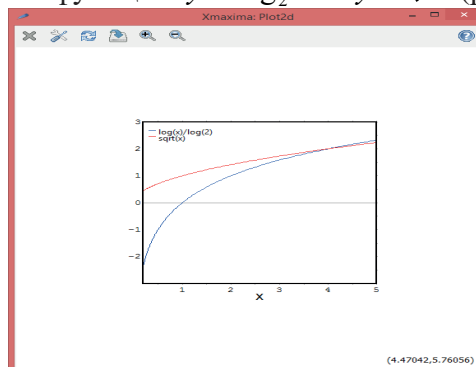


Рис. 6. Графическое решение уравнения  $\log_2 x = \sqrt{x}$

По графику легко определяется значение корня:  $x = 4$ . В большинстве случаев графический способ решения не позволяет найти точное значение корня. Для решения уравнений применяются команды **solve**([уравнение]) (которая в данном случае не приводит к успеху) и **find\_root**(уравнение, переменная, a, b) (выполняет поиск корня на промежутке  $[a, b]$ ) и др. Если отрезок  $[a, b]$  содержит несколько корней, то команда **find\_root** найдет только один из них, поэтому предварительно необходимо убедиться по графику, что корень на данном отрезке единствен. Команда **find\_root**(log(x)/log(2)=sqrt(x), x, 0.1, 5); в качестве корня



уравнения  $\log_2 x = \sqrt{x}$  на отрезке  $[0,1; 5]$  возвращает значение 3,(9).

Решение систем уравнений выполняется с помощью команды **solve**([уравнение 1, уравнение 2]). Графическое решение системы уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ xy = 2, \end{cases}$$

представлено на рисунке 7. Приближенное решение системы  $(-1,5; -1,5)$ ,  $(1,5; 1,5)$ . Команда **solve**( $[x^2+y^2=4, x*y=2]$ ) возвращает точные решения  $(-\sqrt{2}; -\sqrt{2})$  и  $(\sqrt{2}; \sqrt{2})$ .

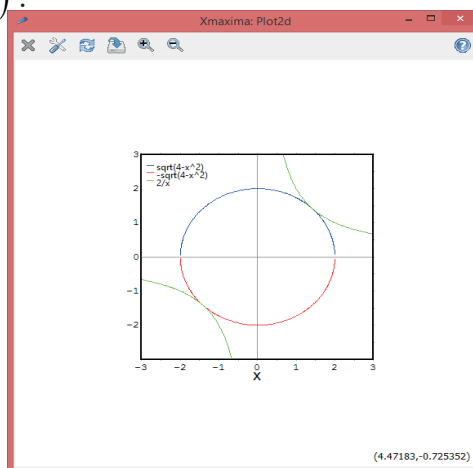


Рис. 7. Графическое решение системы уравнений

Пусть требуется решить систему уравнений  $\begin{cases} 3^x - \frac{y}{x} = 5, \\ 2^y + x = 4. \end{cases}$  Команда **solve**

не в состоянии решить данную задачу, поэтому предварительно выполняется подключение пакета *mnewton* с помощью команды **load(mnewton)**. Численное решение системы выполняется с помощью команды

**mnewton**([уравнение 1, уравнение 2], [x, y], [x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>])

где x и y – неизвестные, x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub> – начальные приближения для неизвестных.

Если начальное приближение достаточно удалено от решения системы, то Maxima может не найти искомое решение. Соответствующий листинг выглядит следующим образом:

**load**(mnewton);

eq1: 3^x-y/x=5;

eq2: 2^y+x=4;

**mnewton**([eq1, eq2], [x, y], [1, 1]);

Приближенное решение системы равно (1, 600; 1,234).

**Вычисление производной функции. Исследование на монотонность.**

Для вычисления производной служит команда **diff**(функция, переменная, порядок производной). Порядок производной можно не указывать, в этом случае будет найдена первая производная. Так, для вычисления производной функции  $y = x \cos x$  необходимо ввести команду **diff(x\*cos(x), x, 1)**, которая находит производную, равную  $y' = \cos x - x \sin x$ . Графики исходной функции и ее производной представлены на рисунке 8.

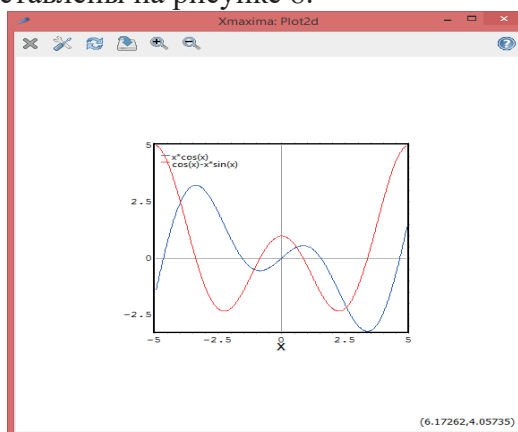


Рис. 8. График функции  $y = x \cos x$  и ее производной

Анализ графиков является элементом исследовательской деятельности обучающихся и способствует повышению интереса к материалу.

С помощью системы Maxima можно выполнять исследование функций на экстремум. Пусть, например, требуется найти точки максимума и минимума функции  $y = x^3 - 2x^2 + x$ .

На первом этапе необходимо задать указанную функцию в Maxima с помощью команды  $f(x) := x^3 - 2x^2 + x$ . На втором этапе с помощью команды **define(df(x), diff(f(x), x))** определяется пользовательская функция **df**, равная производной исходной функции. Посредством команды **solve(df(x)=0, x)** решается уравнение  $y'(x) = 0$  и находятся критические точки, в данном случае равные  $x_1 = \frac{1}{3}$  и  $x_2 = 1$ .

На следующем этапе с помощью команды **define(d2f(x), diff(f(x), x, 2))** необходимо определить вторую производную и найти ее значения в критических точках. Известно, что если  $y'(x_0) = 0$  и  $y''(x_0) > 0$ , то  $x_0$  – точка минимума, а если  $y''(x_0) < 0$ , то  $x_0$  – точка максимума. В данном случае  $x_1 = \frac{1}{3}$  – точка максимума,  $x_2 = 1$  – точка минимума. Функция убывает на промежутке  $\left[\frac{1}{3}; 1\right]$  и возрастает на промежутках  $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right]$  и  $[1; +\infty)$ .

**Вычисление интеграла.**

Для нахождения неопределенного интеграла применяется команда

**integrate**(функция, переменная), при этом постоянная интегрирования не указывается, т.е. команда отыскивает первообразную функции. Для вычисления определенного интеграла список аргументов дополняется пределами интегрирования: **integrate**(функция, переменная,  $a$ ,  $b$ ). Здесь  $a$  и  $b$  – соответственно нижний и верхний пределы интегрирования, которые могут быть равны  $+\infty$  (значение *inf*) и  $-\infty$  (значение *minf*). Так, для вычисления интеграла  $\int (\cos x - x \sin x) dx$ , равного  $x \cos x$ , необходимо ввести команду **integrate**( $\cos(x) - x * \sin(x)$ ,  $x$ ). Команда **integrate**( $x * \sin(x)$ ,  $x$ , 0, %pi) находит значение интеграла  $\int_0^{\pi} x \sin x \, dx$ , равное  $\pi$ .

Таким образом, система *Maxima* может применяться для решения широкого класса задач при изучении предметов математического содержания общеобразовательного цикла в системе среднего профессионального образования, что позволяет так же решать задачи междисциплинарного характера и способствует развитию исследовательских и профессиональных компетенций обучающихся.

#### Литература

1. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учеб. для общеобразовательных учреждений / Ш.А. Алимов и др.; под ред. Ш.А. Алимова. 18-е изд. М.: Просвещение, 2012. 464 с.
2. Башмаков М.И. Примерная программа общеобразовательной учебной дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия» для профессиональных образовательных организаций. М.: Издательский центр «Академия», 2015. 25 с.
3. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учеб. для общеобразовательных учреждений. Ч. 1. 14-е изд., стер. М.: Мнемозина, 2013. 400 с.
4. Практические задания по высшей математике с применением программы *Maxima* для студентов, обучающихся по специальности социология / сост. Д.Ф. Абзалилов, М.С. Малакаев, Е.А. Широкова. Казань: Издательство Казанского федерального университета, 2012. 87 с. [Электронный ресурс] // Казанский федеральный университет: [сайт]. URL: [http://kpfu.ru/docs/F1587339172/abzalilov\\_malakaev\\_shirokova.pdf](http://kpfu.ru/docs/F1587339172/abzalilov_malakaev_shirokova.pdf) (дата обращения: 17.12.2015).
5. Стахин Н.А. Основы работы с системой аналитических (символьных) вычислений *Maxima* (ПО для решения задач аналитических (символьных) вычислений) [Электронный ресурс] // Alt linux: [сайт]. URL: <ftp://ftp.altlinux.ru/pub/people/black/MetodBooks/Maxima.pdf> (дата обращения: 15.12.2015).

**Индекс журнала в каталоге агентства «Роспечать» – 72258**

**Свидетельство о регистрации средства массовой информации  
ПИ №ФС77-60598 от 20 января 2015 г.  
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи,  
информационных технологий и массовых коммуникаций**

В дизайне обложки использованы материалы сайта <http://lenagold.ru/>

Статьи публикуются в авторской редакции с минимальными редакторскими правками. Точки зрения авторов и редакционной коллегии могут не совпадать. Авторы публикуемых материалов несут ответственность за их научную достоверность.

Адрес редакции: 109029, г. Москва, ул. Нижегородская, д. 32, стр. 4  
e-mail: [ininforao@gmail.com](mailto:ininforao@gmail.com), <http://www.pedinf.ru/>

Сдано в набор 01.12.2017

Подписано в печать 29.12.2017

Формат 70х100  
Усл. печ. л. 5,6  
Цена договорная